

RESUMEN TEMA 6: CINEMÁTICA

Vector posición

La posición de una partícula viene determinada por su **vector de posición**, que es un vector que va desde el origen de coordenadas O(0,0) hasta el punto A (x,y) donde está situada la partícula:

$$\vec{r}(x, y) \quad (\text{En el espacio sería: } \vec{r}(x, y, z))$$

El **módulo** del vector nos indica la distancia en línea recta entre la partícula y el origen del sistema.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Vector desplazamiento

Cuando una partícula se desplaza de un punto A (x_a, y_a) a otro B (x_b, y_b) el vector desplazamiento es el vector que va desde el punto inicial A al punto final B.

Se representa por $\Delta\vec{r}$: $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_b - x_a, y_b - y_a)$

El **módulo** del vector nos indica la distancia en línea recta entre los puntos A y B.

$$r = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Espacio recorrido

El espacio recorrido (Δs) es la distancia recorrida por una partícula medida sobre la trayectoria.

Cuanto la trayectoria es recta el espacio recorrido coincide con el valor (o módulo) del desplazamiento, pero si no es recta, el espacio recorrido es diferente al módulo del vector desplazamiento.

Velocidad

La velocidad (\vec{v}) es una magnitud vectorial que nos indica la rapidez con que se realiza un movimiento y la dirección y el sentido del mismo. En el S.I. se mide en m/s .

— **Velocidad media** (\vec{v}_m): Es el cociente entre el desplazamiento efectuado y el tiempo empleado.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{t_B - t_A}$$

Es un vector con la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento.

— **Velocidad instantánea** (\vec{v}): Es la velocidad en cada instante.

Es un vector tangente a la trayectoria en cualquier punto y sentido el del movimiento. Su módulo se denomina celeridad.

Celeridad media (c_m): Es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado. No es un vector.

$$c_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Aceleración

La aceleración (\vec{a}) es una magnitud vectorial que nos indica la rapidez con que varía la velocidad.

En el S.I. se mide en m/s^2 .

— **Aceleración media** (\vec{a}_m): Es el cociente entre la variación de velocidad y el tiempo empleado.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{t_B - t_A}$$

Es un vector cuya dirección y sentido coinciden con los del vector $\Delta\vec{v}$

Consideraciones:

- * Se produce aceleración al variar el vector \vec{v} , tanto si es en módulo como en dirección o sentido.
- * La variación de velocidad puede ser positiva o negativa, lo que producirá aceleración positiva o negativa.
- * Es un vector que estará siempre apuntando hacia el interior de la curva de la trayectoria.

— Componentes intrínsecas de la aceleración

Para el estudio de movimientos curvilíneos interesa utilizar en cada punto de la trayectoria un sistema de referencia anclado al móvil (en lugar de un sistema cartesiano), en el que uno de los ejes es tangente a la trayectoria y otro es perpendicular a ella.

En este sistema de referencia las coordenadas del vector se denominan componentes intrínsecas, que se denominan **aceleración tangencial** (\vec{a}_t) y **aceleración normal** (\vec{a}_n) o centrípeta:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

a) Aceleración tangencial:

- * Se produce cuando la velocidad cambia en valor (módulo), es decir cuando cambia la celeridad.
- * Dirección: la misma que la de la velocidad, es decir tangente a la trayectoria.
- * Sentido: el del movimiento (si v aumenta) o contrario al movimiento (si v disminuye)

b) Aceleración centrípeta o normal:

- * Se produce cuando la velocidad cambia de dirección. Por eso solo se da en movimientos curvos.
- * Dirección: la del radio de la curva descrita.
- * Sentido: hacia el centro de la curva.

Tipos de movimientos

Los valores de las componentes intrínsecas de la aceleración nos informan sobre el tipo de movimiento:

a) Según el valor de la aceleración tangencial:

- * Si es nula, el módulo de la velocidad es constante y el movimiento es **uniforme**.
- * Si es constante, la velocidad va variando progresivamente y es **uniformemente acelerado**.
- * Si es variable, la velocidad cambiará de manera variable y el movimiento es **acelerado no uniforme**.

b) Según el valor de la aceleración normal:

- * Si es nula, el movimiento es **rectilíneo**.
- * Si no es nula y el radio es constante, el movimiento es **circular**.
- * Si no es nula y el radio es variable, el movimiento es **curvilíneo**.

Movimientos rectilíneos:

- Coinciden el valor del desplazamiento con el espacio recorrido, pues la trayectoria es recta: $\Delta r = \Delta s$
- Sólo hay una coordenada de posición (el vector de posición \vec{r} sólo posee una coordenada):
 - * será "x" si el movimiento es horizontal.
 - * será "y" si el movimiento es vertical.

Por todo esto, en estos movimientos: $\Delta r = \Delta s = \Delta x(\text{horizontal})$ ó $\Delta y(\text{vertical})$

- Hay que establecer un criterio de signos para las magnitudes vectoriales.

a) Movimiento rectilíneo uniforme (m.r.u.)

- Es aquel que transcurre con velocidad constante en módulo (por eso $a_t=0 \rightarrow$ uniforme) y en dirección y sentido (por eso $a_n=0 \rightarrow$ rectilíneo).
- Recorre espacios iguales en intervalos de tiempo iguales ($v = v_m$)
- Ecuación del movimiento: Se obtiene de $v = v_m = \Delta x / \Delta t$

$$\boxed{x = x_0 + v \cdot t}$$

(El signo de v será negativo cuando el cuerpo que se mueve se acerque al sistema de referencia)

- En la gráfica de posición (x) frente a tiempo (t), la pendiente de la recta es el valor de la velocidad.

b) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.)

- Es aquel que transcurre con aceleración tangencial constante (uniformemente acelerado) y aceleración normal nula (rectilíneo).
- Las variaciones de la velocidad son iguales en intervalos de tiempo iguales ($a = a_m$).

- Ecuaciones del movimiento:

* Ecuación de la velocidad: Se obtiene de $a = a_m = \Delta v / \Delta t$

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot t}$$

Los signos tanto de v como de a serán negativos cuando se acerquen al sistema de referencia.

* Ecuación de la posición:

$$\boxed{x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2}$$

Los signos de v_0 y de a serán negativos cuando se acerquen al sistema de referencia.

- En la gráfica de velocidad frente a tiempo, la pendiente de la recta es el valor de la aceleración.

c) Caída libre y ascensión libre (movimientos verticales).

Todos los cuerpos, independientemente de su masa, caen con la misma aceleración g , y por tanto, llegan a la vez al suelo partiendo de la misma altura (siempre que no se considere la resistencia del aire).

Esta aceleración la comunica la Tierra y se denomina *aceleración de la gravedad*. Se representa por " g ", vale aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$ y su sentido es hacia el centro de la Tierra.

Las ecuaciones de estos movimientos salen de aplicar las ecuaciones de los mrua a estos casos concretos.

a) Caída libre:

Se trata del movimiento de un cuerpo cuando se deja caer (no existe velocidad inicial) desde una cierta altura y sobre él sólo actúa la fuerza de atracción de la Tierra (y por tanto sólo actúa la aceleración " g ").

Ecuaciones de movimiento para un observador situado en el suelo:

- Ecuación de velocidad: $v = -g \cdot t$

- Ecuación de posición: $y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

("v" y "g" son negativas pues van hacia abajo, se acercan al sistema de referencia, al suelo)

b) Ascensión libre:

Se trata de un movimiento en el que se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba.

Ecuaciones de movimiento para un observador situado en el suelo:

- Ecuación de velocidad: $v = v_0 - g \cdot t$

- Ecuación de posición: $y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

("g" es negativa porque se acerca al suelo, va hacia abajo, y "v₀" es positiva porque se aleja del suelo, va hacia arriba)

Aspectos a destacar de este movimiento:

- Si el cuerpo se lanza desde el suelo, la altura inicial $y_0=0$

- En la altura máxima la velocidad se hace 0 y la velocidad cambia de sentido.

- Al llegar al suelo la altura es 0.

- Tarda igual tiempo en subir que en bajar y llegar al mismo punto

- Sale y llega con la misma velocidad al mismo punto

Movimiento circula uniforme

Es aquel cuya trayectoria es una circunferencia y el módulo de su velocidad es constante.

Su aceleración tangencial será nula ($a_t=0$) y su aceleración normal o centrípeta será constante ($a_n=cte$), la cual se calcula dividiendo el módulo de la velocidad (celeridad) entre el radio de la circunferencia:

$$a_n = v^2/R$$

Para estudiar este tipo de movimientos es más conveniente utilizar **magnitudes angulares**.

a) Posición angular (ϕ)

Es el ángulo que forma el vector posición con el semieje X positivo.

Su unidad es el **radián** (rad): ángulo cuyo arco coincide con el radio de la circunferencia.

Relación entre radianes y grados: 1 vuelta = $360^\circ = 2\pi$ rad

b) Velocidad angular (ω)

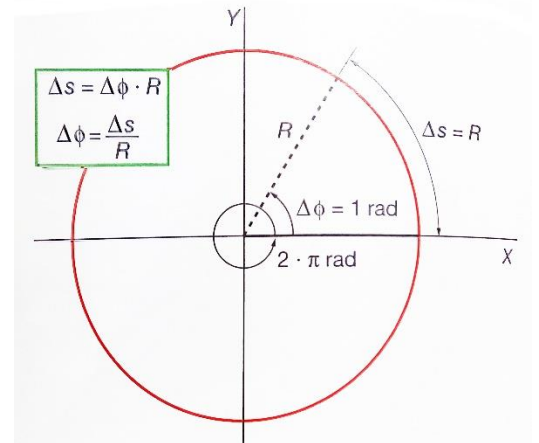
Es la variación temporal de la posición angular, es decir la rapidez con que gira un cuerpo.

En el m.c.u. la rapidez de giro es constante, por lo que las velocidades angulares media e instantánea coinciden:

$$\omega = \omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi - \phi_o}{t - t_o}$$

Sus unidades en el S.I. son **rad/s**, aunque también se utiliza revolución por minuto (r.p.m.), cuya equivalencia es:

$$1 \text{ rpm} = 1 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$



c) Relación con las magnitudes lineales

En general podemos decir que las magnitudes lineales se obtienen multiplicando las correspondientes angulares por el radio

$$\text{Espacio recorrido} = \text{Ángulo recorrido} \cdot \text{Radio} \quad \Delta s = \Delta\phi \cdot R$$

$$\text{Velocidad lineal} = \text{Velocidad angular} \cdot \text{Radio} \quad \mathbf{v} = \omega \cdot R$$

d) Ecuación de movimiento

Su ecuación de movimiento la obtenemos de: $\omega = \omega_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi - \phi_o}{t}$ →

$$\phi = \phi_o + \omega \cdot t$$

Como observamos, esta ecuación es similar a la del m.r.u., solo que con magnitudes angulares.

e) Periodo y frecuencia

El m.c.u. es un movimiento periódico, pues sus características se repiten cada cierto intervalo de tiempo. En los movimientos periódicos es importante definir dos nuevas magnitudes:

a) **Periodo (T)**: Es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa. Se mide en segundos.

b) **Frecuencia (f)**: Es el número de vueltas que da el móvil en un segundo. Se mide en: s^{-1} = Hercios.

Ambas magnitudes son inversas: $T = 1 / f$ o bien $f = 1 / T$

Podemos relacionarlas con la velocidad angular, recordando que en un periodo el cuerpo da una vuelta, es decir, 2π radianes:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$