

Tema 10.- TRABAJO Y ENERGÍA

1.- TRABAJO

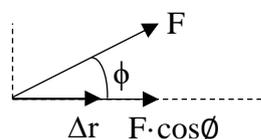
El concepto de trabajo desde el punto de vista de la Física no se corresponde con el significado de este concepto desde un punto de vista coloquial. En este último caso, se asocia al concepto de esfuerzo. Sin embargo, la Física considera el trabajo como la energía que es transferida por la acción de una fuerza.

1.1.- Definición de trabajo

El trabajo mecánico es el que realizan las fuerzas que mueven objetos o actúan durante su movimiento. El trabajo realizado por una fuerza constante sobre un cuerpo en movimiento rectilíneo es el producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\phi \quad (\phi = \text{ángulo entre } F \text{ y } \Delta r)$$

Observamos que el producto $F \cdot \cos\theta$ es la componente de la fuerza en la dirección del movimiento:



La **unidad** de trabajo en el S.I. es el **julio (J)** $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$

* Otras unidades son: ergio ($1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$) y electrón-voltio ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

De la expresión del trabajo se pueden extraer las siguientes **consecuencias**:

* Si la fuerza actúa en la misma dirección y sentido del desplazamiento, el trabajo que realiza es máximo:
Si $\phi = 0^\circ \Rightarrow \cos \phi = 1 \Rightarrow W = F \cdot \Delta r = W_{\text{máx}}$

* Si la fuerza forma un ángulo entre 0 y 90° favorecerá al movimiento y el trabajo es positivo.
Si $0^\circ < \phi < 90^\circ \Rightarrow \cos \phi > 0 \Rightarrow W > 0$

* Si la fuerza forma un ángulo entre 90 y 180° se opondrá al movimiento y el trabajo es negativo.
Si $90^\circ < \phi < 180^\circ \Rightarrow \cos \phi < 0 \Rightarrow W < 0$

* Si la fuerza actúa en la misma dirección y sentido contrario al desplazamiento, el trabajo que realiza es mínimo:
Si $\phi = 180^\circ \Rightarrow \cos \phi = -1 \Rightarrow W = -F \cdot \Delta r = W_{\text{mín}}$

* Si la fuerza es perpendicular al desplazamiento no realiza ningún trabajo:
Si $\phi = 90^\circ \Rightarrow \cos \phi = 0 \Rightarrow W = 0$

* El trabajo será nulo en tres situaciones:

- Cuando la fuerza total que actúa es nula. Por ejemplo, una bola que está rodando sobre una pista de hielo sin rozamiento.
- Cuando no existe desplazamiento. Por ejemplo, un libro en reposo sobre la mesa.
- Cuando ambos vectores (\vec{F} y $\Delta\vec{r}$) son perpendiculares. Por ejemplo, un cuerpo describiendo un movimiento circular uniforme (la fuerza centrípeta es perpendicular al desplazamiento).

(Hacer actividades 1 y 2 de pág. 273)

1.2.- Trabajo total.

El trabajo total que recibe un cuerpo sobre el que actúan varias fuerzas simultáneamente es la suma de los trabajos realizados por cada fuerza:

$$W_{\text{total}} = W_1 + W_2 + \dots = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r} + \dots$$

También se puede calcular el trabajo total calculando la fuerza resultante de todas y multiplicándola por el desplazamiento:

$$W_{\text{total}} = \vec{F}_{\text{total}} \cdot \Delta\vec{r}$$

(Ver ejercicios resueltos 3 y 4 de pág. 275 y 276)

(Hacer ejercicios 3, 6 y 7 de pág. 277)

2.- ENERGÍA

No existe una definición clara sobre lo que es la energía. No obstante, se podría definir como la magnitud que permite a los cuerpos realizar trabajo.

Podemos distinguir tres formas básicas de presentarse la energía: **cinética**, **potencial** e **interna**, las cuales pueden transformarse unas en otras.

Ley de conservación de la energía. La podemos enunciar de varias formas:

- La energía total de un sistema no cambia.
- La energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma.

3.- ENERGÍA CINÉTICA

3.1.- Definición de energía cinética.

La energía cinética es la que posee un cuerpo o sistema como consecuencia de su movimiento.

Se calcula mediante: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Se trata de una magnitud escalar, no vectorial, cuyo valor es siempre positivo.

Su unidad en el S.I. es el **julio** (J).

3.2.- Teorema de la energía cinética

El teorema de la energía cinética también se llama teorema de las fuerzas vivas:

“El trabajo total que realiza una fuerza resultante sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética que dicho cuerpo experimenta”.

$$W = \Delta E_c = E_{c_{\text{final}}} - E_{c_{\text{inicial}}}$$

Consideraciones:

- * Si el trabajo recibido es positivo, el cuerpo aumentará su energía cinética y su velocidad.
- * Por el contrario, si el trabajo es negativo, la energía cinética disminuirá y su velocidad también.
- * Por último, si el cuerpo no recibe trabajo, entonces mantendrá su energía cinética y su velocidad constantes.

(Ver ejercicios resueltos 7, 8 y 9 de pág. 280)

(Hacer actividades 8, 10 y 11 de pág. 281)

4.- ENERGÍA POTENCIAL

La energía potencial es la que posee un cuerpo por su posición o por su configuración.

La energía cinética se manifiesta cuando hay movimiento, pero la energía potencial permanece "latente" u oculta. Se detecta cuando se transforma en otro tipo de energía o cuando origina trabajo.

La energía potencial que vamos a estudiar será solo del tipo mecánico, la cual puede ser de dos tipos: **gravitatoria y elástica**.

4.1.- Energía potencial gravitatoria.

Cualquier cuerpo sometido a la gravedad posee este tipo de energía.

Es la energía que poseen los cuerpos dependiendo de su masa y de la posición (altura) que ocupan.

Se calcula mediante: $E_{p(g)} = m \cdot g \cdot h$

Esta expresión se obtiene del cálculo del trabajo que hace la fuerza peso para llevar un cuerpo desde una altura (h_1) a otra altura (h_2) respecto del suelo, siendo $h_1 > h_2$:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = P \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2$$

Teniendo esto en cuenta, podemos expresar el trabajo anterior como:

$$W_{grav} = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p$$

Vemos que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria disminuye la energía potencial del cuerpo y tendrá un valor positivo (pues $E_{p_1} > E_{p_2}$).

Sin embargo, si una fuerza externa eleva un cuerpo éste aumentará su energía potencial y el trabajo tendrá un valor negativo.

$$W_{fuerza\ ext.} = E_{p_2} - E_{p_1} = \Delta E_p$$

(Ver dibujos de página 282)

4.2.- Propiedades de la energía potencial gravitatoria.

- * Se trata también, al igual que la energía cinética, de una magnitud escalar.
- * Puede tomar valores tanto positivos como negativos, dependiendo del sistema de referencia.
- * Su valor aumenta con la altura.

(Hacer actividades 12 y 14 de pág. 283)

4.3.- Energía potencial elástica.

Es la energía que almacenan los cuerpos elásticos al ser deformados. Esta energía se transforma en trabajo al volver el cuerpo elástico a su posición de equilibrio.

Se calcula mediante: $E_{p(e)} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

Al igual que en el caso de la energía potencial gravitatoria, se cumple que: $W_{elást} = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p$

Si una fuerza externa deforma un cuerpo elástico éste aumentará su energía potencial y el trabajo tendrá un valor negativo.

$$W_{fuerza\ ext.} = E_{p_2} - E_{p_1} = \Delta E_p$$

4.4.- Fuerzas conservativas y no conservativas.

Una fuerza se dice que es **conservativa** si es capaz de generar energía potencial.

Propiedades de las fuerzas conservativas:

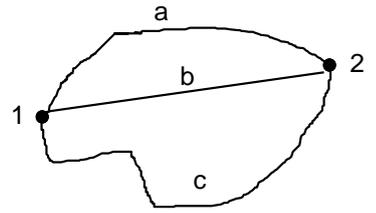
* El trabajo que realizan sobre un cuerpo que se desplaza entre dos puntos no depende del camino seguido entre ellos. $W_{1 \rightarrow a \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow c \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow b \rightarrow 2} = \dots$

* El trabajo realizado a lo largo de una trayectoria cíclica o de ida y vuelta es nulo. $W_{1 \rightarrow a \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow c \rightarrow 1} = 0$ $W_{\text{ciclo}}(\text{fuerza conservativa}) = 0$

* El trabajo que realizan es igual a la variación negativa de la energía potencial asociada a dicha fuerza.

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p$$

* Las fuerzas conservativas son capaces de restituir todo el trabajo que se realiza para vencerlas.



Ejemplos de fuerzas conservativas:

- Fuerza peso: para elevar un cuerpo hasta cierta altura, debemos aplicar una fuerza que venza a la fuerza peso. Con esto estamos realizando un trabajo sobre el cuerpo y le transferimos energía potencial gravitatoria. Al soltarlo, el cuerpo devuelve al medio que lo rodea la totalidad de energía potencial que había recibido
- Fuerza elástica: para comprimir un muelle hemos de vencer una fuerza elástica haciendo un trabajo sobre él, el cual se almacenará en el muelle en forma de energía potencial elástica. Al soltar dicho muelle éste devolverá íntegramente la energía que tenía almacenada.
- Fuerza electrostática.

Por el contrario, las **fuerzas no conservativas** hacen trabajo cuyo valor depende del camino seguido, y si el proceso es cíclico el trabajo que realizan no es nulo: $W_{\text{ciclo}}(\text{fuerza no conservativa}) \neq 0$

Ejemplos de fuerzas no conservativas:

- Fuerzas de rozamiento.
- Fuerzas magnéticas.
- En general, aquellas fuerzas que dependen del tiempo o de la velocidad.

5.- ENERGÍA MECÁNICA. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

5.1.- Conservación de la energía mecánica.

Se denomina energía mecánica a la suma de las energías cinética y las potenciales (gravitatoria, elástica...).

$$E_{\text{mecánica}} = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potenciales}}$$

Principio de conservación de la energía mecánica:

Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, entonces su energía mecánica se conserva, es decir, será la misma al principio que al final.

$$\text{Fuerzas conservativas} \rightarrow \Delta E_{\text{mec}} = 0 \rightarrow E_{\text{mec}}(1) = E_{\text{mec}}(2) \rightarrow E_c(1) + E_p(1) = E_c(2) + E_p(2)$$

Sin embargo, si además de las conservativas actúan fuerzas no conservativas (rozamiento), entonces la energía mecánica no se conserva y sufrirá una variación, cuyo valor será igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

$$\text{Fuerzas no conservativas} \rightarrow \Delta E_{\text{mec}} \neq 0 \rightarrow E_{\text{mec}}(1) \neq E_{\text{mec}}(2) \rightarrow W_{\text{no conserv.}} = \Delta E_{\text{mec}} = E_{\text{mec}}(2) - E_{\text{mec}}(1)$$

(Ver ejercicios resueltos 11 de pág. 287 y 14 de pág. 288)

(Hacer ejercicios 19 y 20 de página 288)

Actividades de repaso del Tema 10: TRABAJO Y ENERGÍA

- 1.- Una fuerza constante $\vec{F} = (-7\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ N}$ actúa sobre una partícula que realiza un desplazamiento dado por: $\Delta\vec{r} = (4\vec{i} + 7\vec{j}) \text{ m}$. Calcula el trabajo realizado por la fuerza sobre el cuerpo. ¿Qué podemos concluir del resultado obtenido?. $(W=0 \text{ J})$
- 2.- ¿En qué caso realiza más trabajo un especialista en halterofilia, elevando 200 kg a 1,2 m de altura o levantando 140 kg a 2 m? ¿Cuándo hace más fuerza?. $(\text{Caso 2}^\circ; \text{Caso 1}^\circ)$
- 3.- Se arrastra una mesa de 20 kg por el suelo a lo largo de 5 m. ¿Qué trabajo realiza el peso?. $(W=0 \text{ J})$
- 4.- Una persona sostiene en sus brazos un cuerpo de 8 kg. ¿Realiza trabajo? ¿Y si lo levanta verticalmente hasta 1 m?.
- 5.- Un cuerpo de 10 kg de masa se desplaza 20 m por una superficie horizontal sometida a una fuerza de 200 N que forma 40° con la dirección de movimiento. Calcula el trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, sabiendo que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,3$. $(W=2476 \text{ J})$
- 6.- Razona si es correcta la afirmación siguiente: «Toda fuerza que actúa sobre un cuerpo que se mueve realiza trabajo, bien positivo o bien negativo».
- 7.- Dibuja un péndulo vertical largo y, para una oscilación completa de pequeña amplitud, razona cuánto vale el trabajo que realiza la tensión de la cuerda. Compara el resultado con el valor del trabajo que realiza el peso. $(W_T=0 \text{ J}; W_p=0 \text{ J})$
- 8.- Para estirar un muelle una distancia de 10 cm es necesario realizar un trabajo de 125 J. Calcula la constante del muelle y la fuerza elástica cuando el alargamiento es de 5 cm. $(k=25000 \text{ N/m}; F=1250 \text{ N})$
- 9.- Un vehículo de 750 kg se desplaza horizontalmente con una rapidez de 60 km/h. Calcula la fuerza de frenado si se detiene en 200 m. $(F_R=520,8 \text{ N})$
- 10.- Sobre un cuerpo de 500 g de masa que realiza un MRUA actúa una fuerza de rozamiento constante de 10 N. Si la rapidez inicial es de 40 km/h, calcula el espacio recorrido antes de pararse, utilizando razonamientos energéticos. $(\Delta r=3,09 \text{ m})$
- 11.- Un muelle se alarga 5 cm cuando se cuelga de él un cuerpo de 100 g de masa. Calcula qué trabajo hay que realizar para estirar ese muelle otros 5 cm más. $(W=0,0245 \text{ J})$
- 12.- Calcula la velocidad con que llegará al suelo un bloque de 100 kg que baja por un plano inclinado desde $h = 30 \text{ m}$ si despreciamos el efecto de la fuerza de rozamiento. ¿Y si $W_{\text{rozam}} = -8 \text{ 000 J}$?. $(v=24,25 \text{ m/s}; v=20,69 \text{ m/s})$
- 13.- Se le da un empujón a una caja de 12 kg de masa, proporcionándole una rapidez inicial de 5,0 m/s, para que suba por un plano inclinado 30° . Calcula qué distancia recorrerá si $\mu = 0,34$. Cuando está en el punto más alto, vuelve a caer. ¿Con qué velocidad llega al punto desde el que partió?. $(\Delta r=1,61 \text{ m}; v=2,53 \text{ m/s})$
- 14.- Razona qué inclinación tiene un plano sabiendo que hay que efectuar un trabajo mínimo de 200 J para arrastrar sobre él 4 m hacia arriba un cuerpo de 25 kg. Considera que no hay rozamiento. $(\alpha=11,77^\circ)$

- 15.- Se tira de un cuerpo unido a un muelle horizontal en equilibrio ($k = 5 \text{ N/cm}$); ¿hasta dónde debemos tirar del cuerpo para que el trabajo de la fuerza aplicada sea de $0,625 \text{ J}$? $(x=0,05 \text{ m})$
- 16.- Una bola de 600 g cae desde 10 m de altura, rebota en el suelo y sube hasta 9 m . Calcula el trabajo que ha realizado el peso en ese trayecto. $(W=5,88 \text{ J})$
- 17.- Se deja caer un cuerpo desde una altura de 20 m . A partir del trabajo que realiza la fuerza total que actúa sobre el cuerpo, obtén su velocidad final. $(v=19,8 \text{ m/s})$
- 18.- La deflagración de la pólvora de un cartucho impulsa una bala de 50 g de masa a lo largo del cañón de 80 cm de un fusil. Si la bala sale del cañón a 300 m/s , calcula la fuerza que ejercen los gases impulsores, suponiendo que esta sea constante. $(F=2812,5 \text{ N})$
- 19.- Se lanza un cuerpo de 5 kg deslizándolo sobre el suelo, de forma que recorre 2 m antes de detenerse. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el suelo vale $\mu = 0,25$, ¿a qué velocidad se lanzó el cuerpo? $(v=3,13 \text{ m/s})$
- 20.- Un cuerpo de 50 kg cae al suelo desde una altura de 100 m ; ¿cuál es el trabajo de la fuerza gravitatoria? Si se toma el suelo como nivel de referencia, ¿en qué cantidad se ha modificado su energía potencial? ¿Es energía ganada o perdida? $(W=49000 \text{ J}; \Delta E_p=-49000 \text{ J}; \text{Perdida})$
- 21.- Un ascensor de 1500 kg de masa cae libremente, al romperse los cables que lo sostienen, desde una altura de 20 m . En ese instante se activa el sistema de seguridad, que ejerce una fuerza de rozamiento constante de 12000 N . Al fondo del hueco hay un muelle de constante elástica $k = 30000 \text{ N/m}$.
- Calcula la velocidad con la que el ascensor llega al punto en el que toca el muelle. $(v=8,49 \text{ m/s})$
 - Calcula cuánto se comprime este. $(x=1,99 \text{ m})$
 - Determina el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento. $(W=263880 \text{ J})$
 - El muelle vuelve a su posición de equilibrio, por lo que el ascensor rebota. Calcula la altura a la que sube. Recuerda que, en todo momento, sigue actuando la fuerza de rozamiento. $(x=1,78 \text{ m})$
- 22.- Un objeto de $0,5 \text{ kg}$ de masa cae desde una altura de 10 m por un plano inclinado 45° , partiendo del reposo. En la parte inferior de dicho plano hay un muelle de constante elástica $k=800 \text{ N/m}$. Calcula a qué velocidad llega el cuerpo al muelle y cuánto se comprime este, considerando que el coeficiente de rozamiento entre el plano y el objeto es $\mu=0,2$. $(v=12,5 \text{ m/s}; x=0,31 \text{ m})$
- 23.- Para determinar la constante elástica de un muelle, lo colgamos verticalmente con una pesa de 50 g en su extremo inferior. Si el muelle se estira 2 mm , ¿cuánto vale k ?, ¿cuánta energía potencial elástica ha acumulado el sistema?.
- 24.- Un bloque de 2 kg se desliza horizontalmente con $v_0 = 5 \text{ m/s}$. Si se detiene en 5 cm , calcula la fuerza de rozamiento, que se supone constante, y la energía mecánica disipada.
- 25.- Un muelle vertical ($k = 4 \text{ N/cm}$) se comprime 10 cm y sobre él se apoya un disco de 50 g ; ¿qué velocidad lleva el disco al subir 1 m tras soltar el muelle?.
- 26.- Un bloque de 50 kg desliza hacia abajo por un plano inclinado 20° . Si el coeficiente de rozamiento es $\mu=0,15$, calcula el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando este haya deslizado 20 cm . Comprueba que la suma de todos los trabajos coincide con el trabajo de la fuerza resultante.

- 27.- Un cuerpo asciende por un plano inclinado 45° , siendo $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Calcula el coeficiente de rozamiento, si alcanza una altura máxima de 4 m.
- 28.- Razona la validez de estas proposiciones:
- Siempre que ejercemos una fuerza sobre un cuerpo, realizamos trabajo.
 - El trabajo no depende de cuánto tiempo actúe una fuerza.
 - Si el trabajo neto realizado sobre un cuerpo es nulo, este efectúa obligatoriamente un m.r.u.
 - Un trabajo negativo indica que la fuerza que lo realiza se opone al desplazamiento del cuerpo.
- 29.- ¿Qué trabajo realiza una bomba que eleva 1000 m^3 de agua a una altura de 30 m?. ¿Qué trabajo realiza la fuerza gravitatoria?.
- 30.- Sobre un cuerpo de 200 g que sigue un movimiento rectilíneo uniforme con una velocidad inicial de $36 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, comienza a actuar una fuerza constante de 6 N en la dirección y sentido del movimiento. Calcula, mediante el teorema de la energía cinética (o de las fuerzas vivas) la velocidad final del cuerpo tras recorrer 8 m.
- 31.- Un proyectil de 20 g de masa se desplaza horizontalmente con una velocidad inicial de 400 m/s cuando impacta contra una pared que hace que se detenga en 20 cm:
- ¿Qué trabajo ha realizado la fuerza de resistencia de la pared?
 - ¿Cuál es el valor de la fuerza de resistencia, supuesta constante, que detiene el proyectil?
- 32.- Un vagón de una montaña rusa tiene, junto con sus ocupantes, una masa de 850 kg. Si en el punto A, a 50 m de altura, su velocidad es 1 m/s y despreciamos el rozamiento, ¿qué velocidad llevará en el punto B, a 35 m de altura?